ශ්‍රිත (FUNCTIONS)

<u>ආදායම් ශ්‍රිත සහ ඉල්ලුම් ශ්‍රිත</u>

ආදායම් ශ්‍රිත ඉල්ලුම් ශ්‍රිතවලට සම්බන්ධ වේ. එනම්, ඉල්ලුම් ශ්‍රිතය ප්‍රමාණයෙන් (x) ගුණ කිරීමෙන් ආදායම් ශ්‍රිතය ලබා ගත හැක.

එනම්, ආදායම් ශ්‍රිතය = ඉල්ලුම් ශ්‍රිතය $\times$ x

උදා: 1. ඉල්ලුම් ශ්‍රිතය $2x + 3$ නම්, ආදායම් ශ්‍රිතය ගණනය කරන්න.

ආදායම් ශ්‍රිතය = ඉල්ලුම් ශ්‍රිතය $\times$ x

$= (2x + 3) \times x$

$= 2x^2 + 3x$

උදා: 2. ඉල්ලුම් ශ්‍රිතය $4x^2 + 5x - 3$ නම්, ආදායම් ශ්‍රිතය ගණනය කරන්න.

ආදායම් ශ්‍රිතය = ඉල්ලුම් ශ්‍රිතය $\times$ x

$= (4x^2 + 5x - 3) \times x$

$= 4x^3 + 5x^2 - 3x$

<u>මුළු පිරිවැය ශ්‍රිත, විචල්‍ය පිරිවැය ශ්‍රිත සහ ස්ථාවර පිරිවැය</u>

මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතයෙහි, විචල්‍ය පිරිවැය ශ්‍රිතය සහ ස්ථාවර පිරිවැය ඇතුළත්වේ.

එනම්, මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය = විචල්‍ය පිරිවැය ශ්‍රිතය + ස්ථාවර පිරිවැය

> ***සටහන :*** *මෙහි දී විචල්‍ය පිරිවැය ශ්‍රිතය, වර්ගජ ශ්‍රිතයක් ආකාරයෙන් (උදා: $1000x^2 + 8000x$) සහ ස්ථාවර පිරිවැය මුදල් ප්‍රමාණයක් වශයෙන් (උදා: රු.40,000/-) දෙනු ලබයි.*

උදා: 1. විචල්‍ය පිරිවැය ශ්‍රිතය $2x^2 + 3x$ නම්, සහ ස්ථාවර පිරිවැය රු.300,000/- නම්, මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය හඳුනා ගන්න.

මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය = විචල්‍ය පිරිවැය ශ්‍රිතය + ස්ථාවර පිරිවැය

$= 2x^2 + 3x + 300{,}000$

උදා: 2. විචල්‍ය පිරිවැය ශ්‍රිතය $4x^2 + 2x$ නම්, සහ ස්ථාවර පිරිවැය රු.1,000/- නම්, මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය ගණනය කරන්න.

මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය = විචල්‍ය පිරිවැය ශ්‍රිතය + ස්ථාවර පිරිවැය

$= 4x^2 + 2x + 1{,}000$

<u>ලාභ ශ්‍රිත</u>

ආදායමෙන් මුළු පිරිවැයෙන් අඩු කිරීමෙන් ලාභය ලබා ගනියි. එසේම, ආදායම් ශ්‍රිතයෙන් මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය අඩු කිරීමෙන් ලාභ ශ්‍රිතය ලබා ගනියි.

එනම්, ලාභ ශ්‍රිතය = ආදායම් ශ්‍රිතය - මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය

උදා: 1. මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය $40 + 4x$ නම්, සහ ආදායම් ශ්‍රිතය $24x - 2x^2$ නම්, ලාභ ශ්‍රිතය ගණනය කරන්න.

ලාභ ශ්‍රිතය = ආදායම් ශ්‍රිතය - මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය

$= 24x - 2x^2 - (40 + 4x)$

$= 24x - 2x^2 - 40 - 4x$

$= 20x - 2x^2 - 40$

SRI LANKA

සටහන : *මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතයට අගයන් ආදේශ කිරීමේදී ඉහත ශ්‍රිතයේ මෙන් වරහන් යෙදීමෙන් ගණිතමය වැරදි වළක්වා ගැනීමට පහසුවක් වේ.*

උදා: 2. පහත තොරතුරු ඔබට දී ඇත.

- ඉල්ලුම් ශ්‍රිතය = $120,000 + 100x$
- විචල්‍ය පිරිවැය ශ්‍රිතය = $7,000x + 1000x^2$
- ස්ථාවර පිරිවැය = රු. 900,000/-

ඉහත තොරතුරු ඇසුරෙන් ආදායම් ශ්‍රිතය, මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය සහ ලාභ ශ්‍රිතය ගණනය කරන්න.

ආදායම් ශ්‍රිතය = ඉල්ලුම් ශ්‍රිතය × x

$= (120,000 + 100x) \times x$

$= 120,000x + 100x^2$

මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය = විචල්‍ය පිරිවැය ශ්‍රිතය + ස්ථාවර පිරිවැය

$= 7000x + 1000x^2 + 900,000$

ලාභ ශ්‍රිතය = ආදායම් ශ්‍රිතය - මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය

$= 120,000x + 100x^2 - (7000x + 1000x^2 + 900,000)$

$= 120,000x + 100x^2 - 7000x - 1000x^2 - 900,000$)

$= 113,000x - 900x^2 - 900,000$)

<u>ආන්තික ආදායම් ශ්‍රිත සහ ආන්තික පිරිවැය ශ්‍රිත</u>

➢ ආන්තික ආදායම් ශ්‍රිතය ගණනය කරන්නේ කෙසේද ?
ආදායම් ශ්‍රිතය අවකලනය කිරීමෙන් ආන්තික ආදායම් ශ්‍රිතය ගණනය කළ හැකිය.

උදා: 1. ආදායම් ශ්‍රිතය $5x^2 + 4x + 2000$ නම්, ආන්තික ආදායම් ශ්‍රිතය ගණනය කරන්න.

ආදායම් ශ්‍රිතය (R) $= 5x^2 + 4x + 2000$

ආන්තික ආදායම් ශ්‍රිතය $\frac{d(R)}{dx} = (5x2)\, x^{2-1} + 4x^{1-1} + 0$

$= 10x + 4 - 0 \quad = \quad 10x + 4$

උදා: 2. ඉල්ලුම් ශ්‍රිතය $4x^2 + 5x - 3$ නම්, ආන්තික ආදායම් ශ්‍රිතය ගණනය කරන්න.

ආන්තික ආදායම් ශ්‍රිතය ගණනය කිරීමට, අපට ආදායම් ශ්‍රිතය අවශ්‍ය වේ. නමුත්, මෙහි ඉල්ලුම් ශ්‍රිතය පමණක් සපයා ඇත. එම නිසා පළමුවෙන් ඉල්ලුම් ශ්‍රිතයෙන් ආදායම් ශ්‍රිතය සොයා ගත යුතුය.

ආදායම් ශ්‍රිතය (R) = ඉල්ලුම් ශ්‍රිතය × x

$= (4x^2 + 5x - 3) \times x$

$= 4x^3 + 5x^2 - 3x$

ආන්තික ආදායම් ශ්‍රිතය $\frac{d(R)}{dx} = (4x3)x^{3-1} + (5x2)x^{2-1} - 3x^{1-1}$

$= 12x^2 + 10x - 3$

➢ **එමෙන්ම, මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය අවකලනය කිරීමෙන් අපට ආන්තික පිරිවැය ශ්‍රිතය ගණනය කළ හැක.**

උදා: 1. මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය $x^2 - 20x + 1000$ නම්, ආන්තික පිරිවැය ශ්‍රිතය ගණනය කරන්න.

මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය (TC) $= x^2 - 20x + 1000$

∴ ආන්තික පිරිවැය ශ්‍රිතය $\frac{d(TC)}{dx} = 2x - 20 + 0$

$= 2x - 20$

උදා: 2. විචල්‍ය පිරිවැය ශ්‍රිතය $5x^2 + 4x$ නම්, සහ ස්ථාවර පිරිවැය රු. 2,000/- නම්, ආන්තික පිරිවැය ශ්‍රිතය ගණනය කරන්න.

ආන්තික පිරිවැය ශ්‍රිතය ගණනය කිරීමට, අපට මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය අවශ්‍ය වේ. නමුත්, මෙහි විචල්‍ය පිරිවැය ශ්‍රිතය සහ ස්ථාවර පිරිවැය සපයා ඇත. එම නිසා පළමුවෙන් විචල්‍ය පිරිවැය ශ්‍රිතය සහ ස්ථාවර පිරිවැය භාවිතයෙන් මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය සොයා ගත යුතුය.

මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය (TC) = විචල්‍ය පිරිවැය ශ්‍රිතය + ස්ථාවර පිරිවැය

$= 5x^2 + 4x + 2000$

∴ ආන්තික පිරිවැය ශ්‍රිතය $\frac{d(TC)}{dx} = 10x + 4 + 0$

$= 10x + 4.$

සමච්ඡේදන ප්‍රමාණය (Break - even quantity)

සමච්ඡේදන ප්‍රමාණය ගණනය කිරීමට ක්‍රම 2ක් තිබේ.

1 ක්‍රමය

ලාභ ශ්‍රිතය ශුන්‍යයට සමාන කිරීමෙන් හෝ මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය, ආදායම් ශ්‍රිතයට සමාන කිරීමෙන් ලැබෙන පිළිතුරු සමච්ඡේදන ප්‍රමාණ ලෙස හැඳින්වේ.

ලාභ ශ්‍රිතය **= 0**

හෝ

මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය **=** ආදායම් ශ්‍රිතය

උදා: මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය $300x + 4800$ නම්, සහ ආදායම් ශ්‍රිතය $-2x^2 + 500x$ නම්, සමච්ඡේදන ප්‍රමාණය ගණනය කරන්න.

මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය **=** ආදායම් ශ්‍රිතය

$300x + 4800 = -2x^2 + 500x$

$2x^2 - 500x + 300x + 4800 = 0$

$x^2 - 100x + 2400 = 0$

$\Rightarrow \quad x = 60 \quad \text{or} \quad x = 40$

∴ සමච්ඡේදන ප්‍රමාණය 60 සහ 40 වේ.

ලාභ ශ්‍රිතය = 0

ආදායම් ශ්‍රිතය - මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය = 0

$-2x^2 + 500x - (300x + 4800) = 0$

$-2x^2 + 500x - 300x - 4800 = 0$

$x^2 - 100x + 2400 = 0$

$\Rightarrow \quad x = 60 \quad \text{or} \quad x = 40$

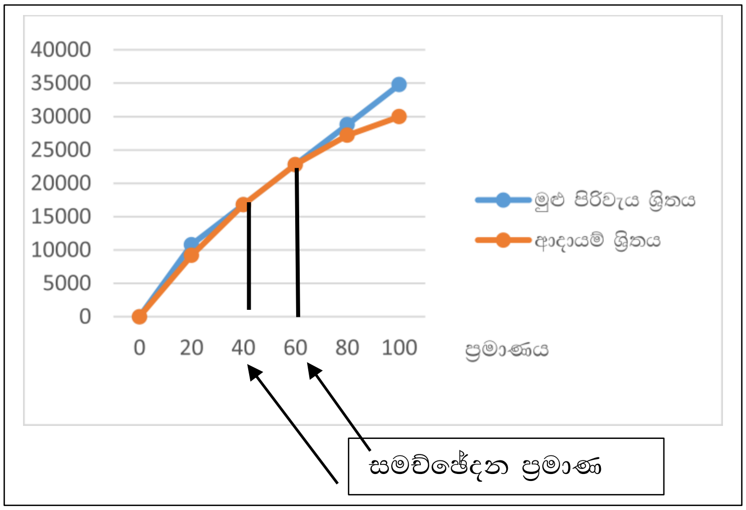
∴ සමච්ඡේදන ප්‍රමාණය 60 සහ 40 වේ.

2 ක්‍රමය

මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය සහ ආදායම් ශ්‍රිතය එකම ප්‍රස්ථාරයක ප්‍රස්ථාරගත කිරීමෙන් සමච්ඡේදන ප්‍රමාණය සොයා ගන්න.

උදා: ඉහත උදාහරණය සැලකිල්ලට ගන්න. (ඉඟිය: ප්‍රස්ථාරයේ "x" අක්ෂයේ අගයන් සඳහා 20, 40, 60, 80, 100 ගන්න.)

මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය **$300x + 4800$**	ආදායම් ශ්‍රිතය **$-2x^2 + 500x$**
$x = 20$ නම්, $\Rightarrow$ $300 \times 20 + 4800 = 10,800$	$x = 20$ නම්, $\Rightarrow$ $-2 \times 20^2 + 500 \times 20 = 9,200$
$x = 40$ නම්, $\Rightarrow$ $300 \times 40 + 4800 = 16,800$	**$x = 40$ නම්, $\Rightarrow$ $-2 \times 40^2 + 500 \times 40 = 16,800$**
$x = 60$ නම්, $\Rightarrow$ $300 \times 60 + 4800 = 22,800$	**$x = 60$ නම්, $\Rightarrow$ $-2 \times 60^2 + 500 \times 60 = 22,800$**
$x = 80$ නම්, $\Rightarrow$ $300 \times 80 + 4800 = 28,800$	$x = 80$ නම්, $\Rightarrow$ $-2 \times 80^2 + 500 \times 80 = 27,200$
$x = 100$ නම්, $\Rightarrow$ $300 \times 100 + 4800 = 34,800$	$x = 100$ නම්, $\Rightarrow$ $-2 \times 100^2 + 500 \times 100 = 30,000$



ලාභ උපරිම කරන ලක්ෂ්‍යය (PROFIT MAXIMUM POINT)

- ලාභ උපරිම කරන ලක්ෂ්‍යය ගණනය කරන්නේ කෙසේද ?

  ලාභ උපරිම කරන ලක්ෂ්‍යය ගණනය කිරීමට ක්‍රම 2ක් තිබේ.

1 <u>ක්‍රමය</u> (අවකලනය කිරීමෙන්)

උපරිම ලක්ෂ්‍යයේ දී, ලාභ ශ්‍රිතයේ **<u>පළමු අවකලනය බින්දුව විය යුතු</u>** වන අතර **<u>දෙවන අවකලනය සෘණ විය යුතු</u>** වේ.

උදා: මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය $300x + 4800$ නම්, සහ ආදායම් ශ්‍රිතය $-2x^2 + 500x$ නම්, ලාභ ශ්‍රිතය සහ ලාභ උපරිම කරන ප්‍රමාණය ගණනය කරන්න.

ලාභ ශ්‍රිතය (P) = ආදායම් ශ්‍රිතය - මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය

$= -2x^2 + 500x - (300x + 4800)$

$P \quad \mathbf{= -2x^2 + 200x - 4800.}$

ලාභ උපරිම කරන ලක්ෂ්‍යය ගණනය කිරීම

ලාභ ශ්‍රිතයේ **<u>පළමු ව්‍යුත්පන්නය</u> බින්දුව විය යුතු** වේ.

එනිසා, $\frac{d(P)}{dx} = -4x + 200 = 0 \Rightarrow 4x = 200 \Rightarrow x = 50$

ලාභ ශ්‍රිතයේ **දෙවන ව්‍යුත්පන්නය සෘණ විය** යුතු වේ.

එනිසා, $\frac{d^2(P)}{dx^2} = -4 < 0$

කොන්දේසි දෙකම තෘප්ත වේ.

$\therefore x = 50.$

2 <u>ක්‍රමය</u> (සමච්ඡේදන ප්‍රමාණයන් භාවිතයෙන්)

උදා 1: මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය $300x + 4800$ නම්, සහ ආදායම් ශ්‍රිතය $-2x^2 + 500x$ නම්, ලාභ ශ්‍රිතය සහ ලාභ උපරිම කරන ප්‍රමාණය ගණනය කරන්න.

සමච්ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ දී,

මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය = ආදායම් ශ්‍රිතය

$300x + 4800 = -2x^2 + 500x$

$2x^2 - 500x + 300x + 4800 = 0$

$x^2 - 100x + 2400 = 0 \Rightarrow x = 60 \text{ or } x = 40$

$\therefore$ සමච්ඡේදන ප්‍රමාණයන් 60 සහ 40 වේ.

එනිසා, ලාභ උපරිම කරන ප්‍රමාණය $= \frac{60+40}{2} = 50 \quad \therefore x = 50.$

උදා 2: සමාගමක **සතිපතා ලාභ ශ්‍රිතය $P = 1,400x - x^2 - 240,000$** ලෙසත් සතියකට නිෂ්පාදනය කරන ඒකක ප්‍රමාණය **x** ලෙසත් දී ඇත. ලාභය උපරිම කර ගැනීමට කොපමණ ඒකක ප්‍රමාණයක් විකිණිය යුතුද?

$$P = -x^2 + 1400x - 240,000 = 0$$

$$\frac{d(P)}{dx} = -2x + 1400 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2x = 1400 \quad \Rightarrow \quad x = 700$$

$$\frac{d^2(P)}{dx^2} = -2 < 0 \qquad \therefore\ x = 700.$$

අභ්‍යාස

01. නිෂ්පාදන සමාගමක විචල්‍ය පිරිවැය ඒකකයකට රු. 6/- ක් සහ මුළු ස්ථාවර පිරිවැය රු. 560/- ක් වේ. ඒකක x ප්‍රමාණයක් නිෂ්පාදනය කරන විට, මුළු ආදායම් ශ්‍රිතය පහත දැක්වේ.

$TR = -2x^2 + 30x + 520$ *මෙහි x යනු නිෂ්පාදනය කරන ඒකක ප්‍රමාණයයි*

(i) ලාභ ශ්‍රිතය සොයන්න.

(i) අවකලනය භාවිතයෙන් ලාභය උපරිම කරන ඒකක ප්‍රමාණය ගණනය කරන්න.

පිළිතුර

(i) ලාභ ශ්‍රිතය (P) = ආදායම් ශ්‍රිතය - මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය

= ආදායම් ශ්‍රිතය - (විචල්‍ය පිරිවැය ශ්‍රිතය + ස්ථාවර පිරිවැය)

$= -2x^2 + 30x + 520 - (6x + 560)$

$= -2x^2 + 30x + 520 - 6x - 560$

$P = \mathbf{-2x^2 + 24x - 40}$

(ii) ලාභ ශ්‍රිතය (P) $= -2x^2 + 24x - 40$

$$\frac{d(P)}{dx} = -4x + 24 = 0 \quad \Rightarrow \quad 4x = 24 \quad \Rightarrow \quad x = 6$$

$$\frac{d^2(P)}{dx^2} = -4 < 0 \qquad \therefore\ x = 6$$

02. සමාගමක ඇති යන්ත්‍රයකින් සතියකට උපරිම ඒකක 10,000ක් නිපදවිය හැක. සතිපතා ඒකක "x" ප්‍රමාණයක් නිෂ්පාදනය කිරීමට පිරිවැය, $TC = 75,000 + 100x - 0.03x^2 + 0.000004x^3$ වශයෙන් ද, ඉල්ලුම් ශ්‍රිතය $D = 200 - 0.005x$ වශයෙන් ද, දී ඇත.

ආන්තික පිරිවැය ශ්‍රිතය, ආන්තික ආදායම් ශ්‍රිතය සහ ආන්තික ලාභ ශ්‍රිතය හඳුනා ගන්න.

පිළිතුර

(i) මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය $(TC) = 75,000 + 100x - 0.03x^2 + 0.000004x^3$

ආන්තික පිරිවැය ශ්‍රිතය $= \frac{d(TC)}{dx} = 0 + 100 - 0.06x + 0.000012x^2$

$= 100 - 0.06x + 0.000012x^2$

(ii) ආදායම් ශ්‍රිතය (R) = ඉල්ලුම් ශ්‍රිතය x x

$= (200 - 0.005x) \times x = 200x - 0.005x^2$

ආන්තික ආදායම් ශ්‍රිතය $= \frac{d(R)}{dx} = 200 - 0.01x$

(iii) ලාභ ශ්‍රිතය (P) = ආදායම් ශ්‍රිතය – මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය

$= 200x - 0.005x^2 - (75{,}000 + 100x - 0.03x^2 + 0.000004x^3)$

$= 200x - 0.005x^2 - 75{,}000 - 100x + 0.03x^2 - 0.000004x^3$

$= 100x + 0.25x^2 - 75{,}000 - 0.000004x^3$

ආන්තික ලාභ ශ්‍රිතය $= \frac{d(P)}{dx} = 100 + (0.25 \text{x} 2)x^{2-1} - 0 - (0.000004 \text{x} 3)x^{3-1}$

$= 100 + 0.5x - 0 - 0.000012x^2$

$= 100 + 0.5x - 0.000012x^2$

03. සමාගමක් ඒකක "x" ප්‍රමාණයක් නිෂ්පාදනය කර විකුණන විට, පිරිවැය ශ්‍රිතය සහ ආදායම් ශ්‍රිතය පහත දැක්වේ. *මෙහි x යනු නිෂ්පාදනය කර විකුණු ඒකක ප්‍රමාණයයි*

$TR = 8x$, $TC = 6x + 1{,}400$

සමච්ඡේදන ඒකක ප්‍රමාණයන් ගණනය කරන්න.

<u>පිළිතුර</u>

සමච්ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ දී, මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය = ආදායම් ශ්‍රිතය

$6x + 1{,}400 = 8x$

$8x - 6x = 1400$

$2x = 1400 \Rightarrow x = 700$

04. දී ඇති තොරතුරු ඇසුරෙන් පහත ඒවා ගණනය කරන්න. .

(i) ආදායම් ශ්‍රිතය
(ii) මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය
(iii) ලාභ ශ්‍රිතය
(iv) ආන්තික ආදායම් ශ්‍රිතය
(v) ආන්තික පිරිවැය ශ්‍රිතය
(vi) සමච්ඡේදන ලක්ෂ්‍යය

ඉල්ලුම් ශ්‍රිතය $= 3x + 7$

විචල්‍ය පිරිවැය ශ්‍රිතය $= 3x^2 - 3x$

ස්ථාවර පිරිවැය = Rs. 60/-

<u>පිළිතුර</u>

(i) ආදායම් ශ්‍රිතය (R) = ඉල්ලුම් ශ්‍රිතය x x

$= (3x + 7) \text{ x } x$

$= 3x^2 + 7x$

(ii) මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය (TC) = විචල්‍ය පිරිවැය ශ්‍රිතය + ස්ථාවර පිරිවැය

$= 3x^2 - 3x + 60$

(ii) ලාභ ශ්‍රිතය = ආදායම් ශ්‍රිතය - මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය

$= 3x^2 + 7x - (3x^2 - 3x + 60)$

$= 3x^2 + 7x - 3x^2 + 3x - 60 \Rightarrow = 10x - 60$

(iv) ආන්තික ආදායම් ශ්‍රිතය $= \frac{d(R)}{dx} = 6x + 7$

(v) ආන්තික පිරිවැය ශ්‍රිතය $= \frac{d(TC)}{dx} = 6x - 3$

(vi) සමච්ඡේදන ලක්ෂ්‍යය ⇒ ආදායම් ශ්‍රිතය = මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය

$3x^2 + 7x = 3x^2 - 3x + 60$

$10x = 60 \Rightarrow x = 6$

aat SRI LANKA